OLIMPIADI DI FISICA 2008

13 Febbraio 2008

Gara di 2° Livello – SOLUZIONE dei QUESITI

Quesito n.1

La prima automobile ha percorso un itinerario lungo $l = v_1\, t$. La seconda automobile ha percorso lo stesso tragitto con un ritardo Δt, per cui $l = v_2\,(t + \Delta t)$. Eliminando t dalle due equazioni, si ottiene

$$l = \frac{v_1\, v_2}{v_1 - v_2}\,\Delta t$$

Quesito n.2

Detto R il valore di ogni resistenza, e V_0 la f.e.m. della batteria, la corrente circolante vale $i = V_0/(3R)$.

Se P_0 è la potenza dissipata da ogni resistenza quando è connessa direttamente alla batteria, la potenza dissipata da ciascuna resistenza quando sono in serie vale allora

$$P = Ri^2 = \left(\frac{V_0}{3R}\right)^2 R = \frac{1}{9}P_0 = 1\,\mathrm{W}\,.$$

In alternativa si poteva considerare che, nella disposizione in serie, ad ogni resistenza è applicata una d.d.p. V_R pari a 1/3 di quella della batteria. Poiché la potenza dissipata da una resistenza si esprime anche come V_R^2/R risulta, come sopra,

$$P = \frac{V_R^2}{R} = \frac{V_0^2}{9\,R} = \frac{1}{9}P_0\,.$$

Quesito n.3

L'allungamento finale della molla è $b - a$ e l'energia potenziale elastica vale $U_{\mathrm{el}} = {}^1\!/_2\, k\,(b-a)^2$. L'energia meccanica iniziale e finale sono:

$$E_{\mathrm{ini}} = {}^1\!/_2\, m v_0^2; \qquad E_{\mathrm{fin}} = mga + {}^1\!/_2\, k\,(b-a)^2$$

e il bilancio energetico si scrive allora come

$$E_{\mathrm{ini}} = E_{\mathrm{fin}} \quad \Rightarrow \quad {}^1\!/_2\, m v_0^2 = mga + {}^1\!/_2\, k\,(b-a)^2 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{mv_0^2 - 2mga}{(b-a)^2}$$

Quesito n.4

Detti Q_1 e Q_2 rispettivamente il calore assorbito e quello ceduto dalla macchina termica, il suo rendimento vale $\eta = 1 - Q_2/Q_1$. Nel caso di una macchina di Carnot il rendimento si esprime anche come $\eta = 1 - T_2/T_1$. Si ha quindi

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \Rightarrow \quad Q_2 = \frac{3}{4}Q_1 = 750\,\mathrm{J}\,.$$

Quesito n.5

Il moto è quello di un pendolo, ma i due semiperiodi sono diversi perché cambia la lunghezza del filo:

$$T = \frac{1}{2}\left[2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} + 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{3g}}\right] = \frac{(3+\sqrt{3})\,\pi}{3}\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 1.37\,\mathrm{s}$$

Quesito n.6

Se non ci fossero le piante acquatiche si vedrebbe la sorgente intercettando uno dei raggi che emergono fuori dall'acqua; questi sono quelli che incidono sulla superficie di separazione tra acqua ed aria con un angolo inferiore all'angolo limite dato dalla relazione $\operatorname{sen}\alpha_{\mathrm{lim}} = 1/n$.

La superficie minima coperta dalle piante deve quindi essere una regione circolare di raggio r_{lim} con

$$\operatorname{sen}\alpha_{\mathrm{lim}} = \frac{r_{\mathrm{lim}}}{\sqrt{h^2 + r_{\mathrm{lim}}^2}} = \frac{1}{n} \quad\Rightarrow\quad r_{\mathrm{lim}} = \frac{h}{\sqrt{n^2-1}} \quad\Rightarrow\quad A = \frac{\pi\, h^2}{n^2-1} = 2.61\,\mathrm{m}^2$$

Quesito n.7

La temperatura del sistema rimane sempre costante, il volume finale, V, è la somma dei due volumi V_1 e V_2, e il numero di molecole, N, è la somma dei due numeri N_1 e N_2.

Dall'equazione di stato dei gas perfetti abbiamo allora:

$$p = \frac{NkT}{V} = \frac{N_1kT + N_2kT}{V_1+V_2} = \frac{p_1V_1 + p_2V_2}{V_1+V_2} = 129\,\mathrm{kPa}$$

La pressione risulta quindi la media ponderata delle due pressioni iniziali, in cui il "peso statistico" è rappresentato dal volume.

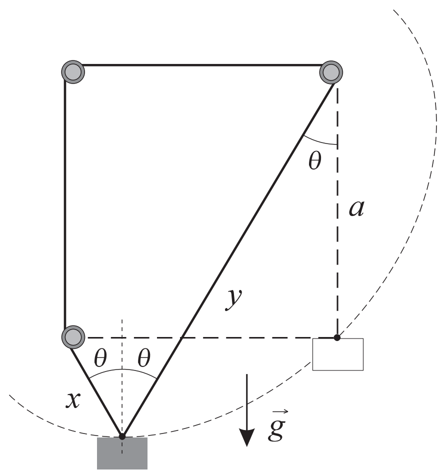
Quesito n.8

Le due cariche $-q$ generano due campi uguali che si sommano originando un campo diretto verso la carica $+2q$ avente modulo $\dfrac{q\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon_0\, l^2}$, mentre il campo generato dalla carica $2q$ ha verso opposto e modulo $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\, l^2}$.

Il campo risultante è diretto verso la carica $+2q$ ed ha modulo $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\, l^2}\left(\sqrt{2}-1\right)$.

Quesito n.9

Nella configurazione di equilibrio i tratti di filo fissato al corpo devono formare angoli uguali con la verticale, in modo che le componenti orizzontali della tensione del filo abbiano risultante nulla.



Detti x e y i tratti di filo indicati in figura, devono valere le due relazioni

$$\begin{cases} x+y=2a \\ (x+y)\operatorname{sen}\theta = a \end{cases}$$

Si ricava subito $\operatorname{sen}\theta = 1/2$ e dunque, per l'equilibrio,

$$2T\cos\theta = Mg \quad \Rightarrow \quad T = \frac{Mg}{2\cos\theta} = \frac{\sqrt{3}}{3}Mg$$

Osservazione: Poiché il filo è inestensibile, se questo resta teso la traiettoria del punto materiale è un arco di ellisse che passa per due vertici opposti del quadrato ed ha i fuochi negli altri due vertici. Il punto di equilibrio è quello più basso dell'ellisse, con tangente orizzontale. Il fatto che all'equilibrio i due fili obliqui debbano formare angoli uguali con la verticale poteva essere dedotto anche solo per via geometrica, da una nota proprietà dell'ellisse, secondo cui i fuochi sono punti coniugati rispetto alla riflessione.

Quesito n.10

La seconda lastra può essere pensata come la sovrapposizione di 3 lastre di spessore $s/2$, mentre la prima corrisponde a sovrapporne solo 2.

Se x è la frazione di luce incidente trasmessa da ciascuna di queste ultime lastre, la luce trasmessa dalla prima lastra risulta x^2 di quella incidente, mentre per la seconda è x^3.

Si trova quindi

$$x^2 = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad x^3 = \frac{1}{2^{3/2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} = 0.353 \quad \text{pari al} \quad 35.3\,\%$$

Materiale prodotto dal gruppo

PROGETTO OLIMPIADI
Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica
presso Liceo Scientifico "U. Morin", MESTRE (VE)
fax: 041.584.1272 e-mail: olifis@libero.it

OLIMPIADI DI FISICA 2008

13 Febbraio 2008

Gara di 2° Livello – SOLUZIONE dei PROBLEMI

PROBLEMA n. 1 – Girotondo.

Quesito n. 1.

Ogni urto è elastico e la massa rimbalza con angolo θ. Nell'urto la componente della quantità di moto parallela alla parete si conserva mentre quella perpendicolare resta uguale in modulo ma inverte il verso; di conseguenza la variazione di quantità di moto in ogni urto è in modulo pari al doppio della componente normale al piano $\Delta p = 2m\,v\,\cos\theta$ ed ha verso uscente dalla parete.

Poiché la variazione della quantità di moto è pari all'impulso della forza, ovvero al prodotto $\vec{F}\,\Delta t$ per una forza costante, il valor medio della forza è in questo caso

$$F_{\text{med}} = \frac{2m\,v\,\cos\theta}{\delta t}$$

Quesito n. 2.

L'urto contro la parete circolare può essere trattato come quello su una parete piana: "localmente" la parete è indistinguibile dal suo piano tangente; la variazione della quantità di moto è dunque quella calcolata sopra con $\theta = \theta_n = \pi(1/2 - 1/n)$ ovvero

$$\Delta p = 2m\,v\,\cos\theta_n$$

ed è diretta radialmente verso il centro della guida circolare. La massa compie una traiettoria chiusa in un periodo $T_n = P_n/v$ dove $P_n = 2R\cos\theta_n\,n$ indica la lunghezza del perimetro del poligono di n lati, per cui l'intervallo fa due urti consecutivi è

$$\Delta t = \frac{T_n}{n} = \frac{P_n}{n\,v} = \frac{2R\cos\theta_n}{v}$$

Il valor medio del modulo della forza esercitata dal vincolo è dunque

$$F_{\text{med}} = \frac{2m\,v\,\cos\theta_n}{P_n/(n\,v)} = \frac{m\,v^2}{R}$$

La forza è normale alla guida circolare e diretta verso il centro.

Quesito n. 3.

Il risultato ottenuto è indipendente dal numero n di urti. Se il numero di urti tende a infinito, il moto della massa tende a diventare un moto circolare uniforme e l'espressione della forza trovata sopra, come valor medio su intervalli sempre più piccoli, può essere interpretata come la forza istantanea applicata alla massa: si tratta della forza centripeta.

NOTA: Questo modo di dedurre l'espressione della forza centripeta è dovuto a Isaac Newton.

PROBLEMA n. 2 – Atletica leggera: 100 metri e Staffetta 4×100.

Quesito n. 1.

I tempi dei due tratti – quello accelerato e quello in moto uniforme – sono rispettivamente $t_1 = \sqrt{2\ell_0/a} = \sqrt{L/a}$ e $t_2 = (L - \ell_0)/v_0 = L/(2v_0)$ essendo poi $v_0 = v(t_1) = at_1 = \sqrt{2\ell_0\, a} = \sqrt{La}$. Si possono allora scrivere due equazioni nelle incognite a e v_0:

$$\begin{cases} \sqrt{\dfrac{L}{a}} + \dfrac{L}{2v_0} = T \\ v_0 = \sqrt{L\, a} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} v_0 = 3L/(2T) = 15.4\,\mathrm{m\,s^{-1}} \\ a = v_0^2/L = 2.37\,\mathrm{m\,s^{-2}} \end{cases}$$

Quesito n. 2.

L'accelerazione degli atleti (escluso il primo) si protrae per una distanza $D = 20\,\mathrm{m}$, richiede un tempo t_1' dato da

$$D = \frac{1}{2}\, a t_1'^{\,2} \quad \Rightarrow \quad t_1' = \sqrt{2D/a} = 4.11\,\mathrm{s}$$

e fa raggiungere la velocità $v = at_1' = 9.74\,\mathrm{m\,s^{-1}}$; i $100\,\mathrm{m}$ sono poi percorsi nel tempo $t_2' = L/v = 10.27\,\mathrm{s}$. Detto T_R il tempo (record) del primo corridore, il tempo totale è

$$T_{400} = T_\mathrm{R} + 3\, t_2' = 40.54\,\mathrm{s}$$

Quesito n. 3.

Sia d la distanza richiesta; nel tempo t_1' in cui il secondo corridore percorre il tratto D in accelerazione costante a, il primo atleta percorre un tratto pari a $D + d$ alla velocità v; dunque

$$D + d = v_0\, t_1' \quad \Rightarrow \quad d = v_0\, t_1' - D = v_0 \sqrt{2D/a} - D$$

Allora il corridore che percorre la seconda frazione scatta quando il primo è a $43.3\,\mathrm{m}$, mentre i successivi, per la minore velocità raggiunta (usando quindi v al posto di v_0), partono con il precedente a circa $20\,\mathrm{m}$.

PROBLEMA n. 3 – Onde in arrivo.

L'intensità misurata nel primo punto, essendo P la potenza emessa dalla sorgente in modo isotropo ed r_1 la distanza tra sorgente e osservatore, è

$$I_1 = \frac{P}{4\pi\, r_1^2}$$

Indicando con d la distanza percorsa dall'osservatore, l'intensità misurata nel secondo punto è invece

$$I_2 = \frac{P}{4\pi\, (r_1 - d)^2}$$

Da qui si ricava $\sqrt{\dfrac{I_2}{I_1}} = \dfrac{r_1}{r_1 - d}$

Risolvendo si ottiene $r_1 = \dfrac{d}{1 - \sqrt{I_1/I_2}} = 14.84\,\mathrm{m}$

Quesito n. 2.

La potenza della sorgente è allora $P = 4\pi r_1^2\, I_1 = 6.64\,\mathrm{W}$

PROBLEMA n. 4 – Misure di resistenza con un circuito a ponte.

Quesito n. 1.

La corrente che scorre nel circuito è $I = V/(R_1 + R_2)$ e la d.d.p. cercata è

$$V_{\mathrm{AD}} = R_2\, I = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\, V = 8\,\mathrm{V}$$

Quesito n. 2.

Trascurando r, la resistenza totale è ora $R_1/2 + R_2$ e la corrente nel milliamperometro è metà di quella erogata dal generatore; quindi

$$I = \frac{1}{2}\,\frac{V}{R_1/2 + R_2} = \frac{V}{R_1 + 2\,R_2} = 48\,\mathrm{mA}$$

Quesito n. 3.

Se non scorre corrente nel milliamperometro la d.d.p. tra A e C è nulla, ovvero $V_{\mathrm{AD}} = V_{\mathrm{CD}}$; le d.d.p. si calcolano come al punto 1 e dunque

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2}\, V = \frac{R_x}{R + R_x}\, V \quad \Rightarrow \quad R_1\, R_x = R\, R_2 \quad \Rightarrow \quad R_x = \frac{R_2}{R_1}\, R = \frac{R_2}{R_1}\,\frac{\rho}{s}\,\ell = 8\,\Omega$$

Quesito n. 4.

Dato che R_x e ℓ sono direttamente proporzionali, basta imporre che il coefficiente di proporzionalità abbia il valore voluto

$$R_x = \eta\,\ell \quad \text{con} \quad \eta = 1\,\Omega\,\mathrm{cm}^{-1} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_2}{R_1}\,\frac{\rho}{s} = \eta \quad \Rightarrow \quad R_2 = \eta\,\frac{R_1\, s}{\rho} = 250\,\Omega$$

Materiale prodotto dal gruppo

PROGETTO OLIMPIADI

Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica

presso Liceo Scientifico "U. Morin"

VENEZIA MESTRE

fax: 041.584.1272

e-mail: `olifis@libero.it`

OLIMPIADI DI FISICA 2008

13 Febbraio 2008

GRIGLIE di VALUTAZIONE della Gara di 2° Livello

⇒ Materiale riservato alla Commissione ⇐

PROBLEMA 1 – Girotondo.

GRIGLIA DI VALUTAZIONE :		Totale Punti 10
1	*Forza media in un urto su parete piana*	**3**
1.a	Variazione della quantità di moto in modulo Δp	1
1.b	Direzione e verso dei vettori indicati correttamente	1
1.c	Forza media (vettoriale)	1
2	*Forza media ad ogni rimbalzo*	**4**
2.a	Intervallo Δt fra due urti (se fatto su 7 urti 1 punto in meno)	3
2.b	Forza media ad ogni rimbalzo (vettoriale)	1
3	*Interpretazione*	**3**
3.a	Corretta interpretazione quale *Forza centripeta*	3

⇒ Materiale riservato alla Commissione ⇐

PROBLEMA 2 – Atletica: 100 m e Staffetta.

GRIGLIA DI VALUTAZIONE :		Totale Punti 20
1	*Accelerazione e velocità da record*	**6**
1.a	Espressioni dei due tempi	3
1.b	Soluzione del sistema	2
1.c	Valori numerici corretti	1
2	*Tempo della staffetta*	**6**
2.a	Velocità raggiunta e tempo degli ultimi tre	3
2.b	Tempo totale	2
2.c	Valore numerico corretto	1
3	*Distanza allo scatto*	**6**
3.a	Tempo di accelerazione	3
3.b	Distanza richiesta	2
3.c	Valore numerico corretto	1
	Chiarezza descrittiva e correttezza formale dell'esposizione; attenzione all'impiego delle corrette unità di misura; attenzione al grado di precisione assegnato ai risultati numerici	**2**

PROBLEMA 3 – Onde in arrivo.

GRIGLIA DI VALUTAZIONE :		Totale Punti 10
1	*Distanza dell'osservatore*	**7**
1.a	Legge $1/r^2$	3
1.b	Sistema e soluzione	3
1.c	Valore numerico corretto	1
2	*Intensità della sorgente*	**3**
2.a	Espressione della potenza totale emessa	2
2.b	Valore numerico corretto	1

⇒ Materiale riservato alla Commissione ⇐

PROBLEMA 4 – Misure di resistenza con un circuito a ponte.

GRIGLIA DI VALUTAZIONE :		Totale Punti 20
1	*Differenza di potenziale tra A e D*	**4**
1.a	Corrente	2
1.b	D.d.p. richiesta	1
	In alternativa: D.d.p. calcolata con l'espressione del partitore di tensione	[3]
1.c	Valore numerico corretto	1
2	*Misura della corrente*	**5**
2.a	Partitore di corrente	2
2.b	Espressione della corrente	2
2.c	Valore numerico corretto	1
3	*Resistenza incognita*	**5**
3.a	Uguaglianza delle tensioni	1
3.b	Seconda legge di Ohm	2
3.c	Espressione della resistenza incognita	1
3.d	Valore numerico corretto	1
4	*Scala dell'Ohmetro*	**4**
4.a	Espressione del fattore di scala e suo valore	2
4.b	Scelta di R_2	1
4.c	Valore numerico corretto	1
	Chiarezza descrittiva e correttezza formale dell'esposizione; attenzione all'impiego delle corrette unità di misura; attenzione al grado di precisione assegnato ai risultati numerici	**2**

Materiale prodotto dal gruppo

PROGETTO OLIMPIADI

Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica

presso Liceo Scientifico "U. Morin"

VENEZIA MESTRE

fax: 041.584.1272

e-mail: olifis@libero.it